

Läsanvisningar till Spivak, Differential Geometry, vol 1.

Kapitel 1. Kapitel 1 handlar om topologiska mångfalder. Det finns en del diskussion om subtilare topologiska aspekter (s. 2-7) som vi kan ta lätt på. En topologisk mångfald (s. 1) av dimension n (s. 5) är ett metriskt rum M som är lokalt homeomorft med \mathbb{R}^n , d.v.s.

$$\forall x \in M, \exists U \ni x, \phi : U \rightarrow \mathbb{R}^n, \phi \text{ homeomorphism.}$$

En mångfald med rand (s.23) är ett metriskt rum M så att $\forall x \in M, \exists U \ni x$ med U homeomorf med \mathbb{R}^n eller \mathbb{H}^n , där $\mathbb{H}^n = \{(x^1, \dots, x^n \in \mathbb{R}^n, x^n \geq 0)\}$.

Exempel på mångfalder (s. 8-24) är S^n , kartesisk produkt av mångfalder är mångfald, n -torus $S^1 \times \dots \times S^1$, handtag (eng. handle) = 2-torus - boll.

Genom att "klistra ihop mångfalder" kan man konstruera nya exempel. T.ex. torus med 2 hål, torus med n hål, s. 10-11.

Möbius bandet, s. 12, projektiva rummet s. 13-20.

Låt M, N vara topologiska mångfalder. En topologisk inbäddning av M i N är en avbildning $f : M \rightarrow N$ så att $f : M \rightarrow f(M) \subset N$ är homeomorfism m.a.p. den inducerade topologin på $f(M)$. En topologisk immersion av M i N är en avbildning $f : M \rightarrow N$ så att f lokalt är en inbäddning.

Observera att ingen topologisk inbäddning av \mathbb{P}^2 i \mathbb{R}^3 finns, däremot ges en topologisk inbäddning av \mathbb{P}^2 i \mathbb{R}^4 . En detaljerad diskussion av detta finns på s. 15-21.

Lars Andersson December 15, 1994